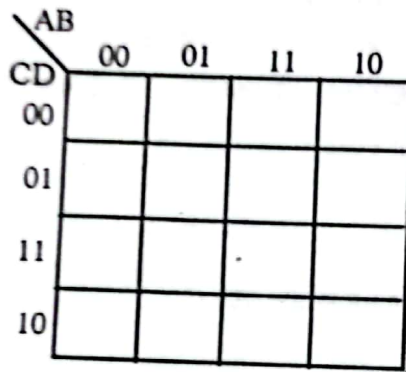


৮.২১ (ক) নং চিত্রে দুই মাথার দুটি খোপকে পাশাপাশি দেখানো হয়েছে। বাম পাশের খোপটির জন্য $(ABC) = (000)$ ডান পাশের খোপটির জন্য $(ABC) = (1,0,0)$ অর্থাৎ খোপ দুটির মধ্যে শুধু A এর মানের তফাত আছে। এজন্য খোপ দুটি সন্নিহিত বলা হয়। অন্যভাবে ম্যাপটিকে ঘুড়িয়ে ডান পাশের সাথে বাম পাশের সংযোগ দিলেও এই সন্নিহিত অবস্থা বুঝা যায়। খোপ দুটির একটির জন্য $A = 0$ এবং অপরটির জন্য $A = 1$ । সুতরাং A ছাড়া শুধু $\bar{B}\bar{C}$ দ্বারা এই খোপ দুটিকে একসাথে নির্দেশ করা যায়। আবার এই চিত্রে আমরা পাই $\bar{A}\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$ কিন্তু দুটি রাশিতে $\bar{B}\bar{C}$ থাকায় শুধু $\bar{B}\bar{C}$ দ্বারা ম্যাপটি প্রকাশ করা যায়।

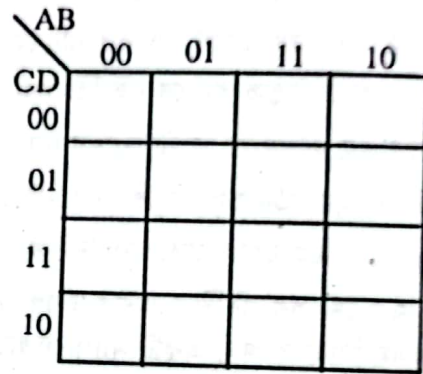
৮.২১(খ) নং চিত্রে আরও দুই সেট সন্নিহিত খোপ দেখানো হয়েছে। উপরের খোপ দুটি শুধু $\bar{A}\bar{C}$ দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়। এক্ষেত্রে একটি খোপের জন্য $B = 0$ এবং অপরটির জন্য $B = 1$, সুতরাং B চলক খোপ দুটির সহ অবস্থানের কোনো তফাত নেই। ম্যাপ হতে খোপ দুটির জন্য $\bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C}$ হয়, কিন্তু দুটি অংশেই $\bar{A}\bar{C}$ থাকায় এই খোপ দুটির জন্য পঠিত রাশিমালা $\bar{A}\bar{C}$ । তেমনি চিত্রের নিম্নের খোপ দুটিকে AC দ্বারা পঠন সম্ভব।

● চার-চলক (Variable) কারনু ম্যাপ (Four variable Karnaugh map) :

চার-চলক বিশিষ্ট কোনো রাশিমালাকে 16টি ($2^4 = 16$) খোপবিশিষ্ট কারনু ম্যাপে অঙ্কন করা যায়। ৮.২২ (ক) নং চিত্রে দেখানো হলো :



চিত্র : ৮.২২ (ক)



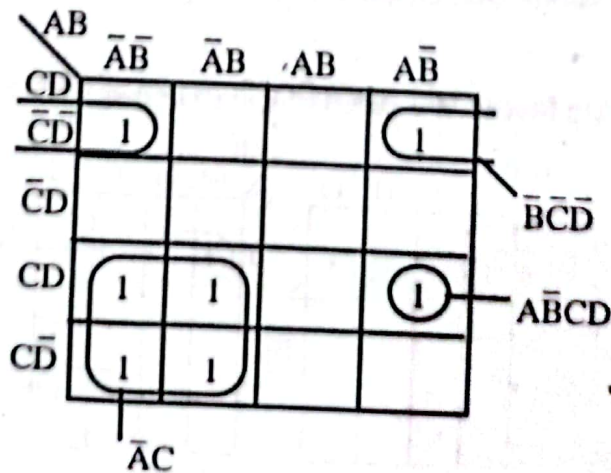
চিত্র : ৮.২২ (খ)

ম্যাপের সমান্তরাল ও ঝাড়া উভয় দিকে দুই বিট গ্রে-কোড ব্যবহার করা হয়েছে।

চার-চলক এর যুক্তি রাশিমালায় সরলীকরণ নিয়মসমূহ নিচে দেয়া হলো :

- 1-এক একটি খোপকে চার-চলক রাশি দিয়ে নির্দিষ্ট করতে হবে।
- 2-দুটি সন্নিহিত খোপকে তিন-চলক রাশি দিয়ে নির্দিষ্ট করতে হবে।
- 3-চারটি সন্নিহিত খোপকে দুই-চলক রাশি দিয়ে নির্দিষ্ট করা যায়।
- 4-আটটি সন্নিহিত খোপকে একক চলক রাশি দিয়ে নির্দিষ্ট করা যায়।

প্রথম, দ্বিতীয় এবং তৃতীয় নিয়মের উদাহরণ নিম্নের চিত্রে [৮.২৩ নং চিত্রে] দেখানো হয়েছে। এই চিত্রের জন্য ডান দিকের উপর হতে দ্বিতীয় (অথবা নিচ হতে দ্বিতীয়) খোপটি অন্য কোন খোপের সাথে পাশাপাশি না থাকায় খোপটি নির্ণয় করার সবগুলো চলক প্রয়োজন।



চিত্র : ৮.২৩

অতএব, খোপটির জন্য রাশি $\overline{A}B\overline{C}D$ হয়। উপরের দুই মাথার খোপ দুটিকে একসাথে পঠন সম্ভব, কারণ খোপ দুটি শুধু A দ্বারা পৃথক করা যায়, অর্থাৎ খোপ দুটি পাশাপাশি। সুতরাং খোপটির জন্য $\overline{B}C\overline{D}$ রাশিটি পাওয়া যায়। অন্যভাবে খোপ দুটি পৃথকভাবে পড়লে $\overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}D$ পাওয়া যায়। কিন্তু এই রাশিমালার $\overline{B}C\overline{D}$ সাধারণ থাকায় খোপ দুটিকে শুধু $\overline{B}C\overline{D}$ দিয়ে নির্দিষ্ট করা যায়। বাম পাশের নিচের চারটি 1 কে একসাথে পঠন সম্ভব, কারণ এই চারটি খোপ পাশাপাশি অবস্থিত। এই খোপগুলোকে শুধু AC দ্বারা নির্ণয় করা যায়। সুতরাং ৮.২৪ নং চিত্র হতে,

$$\overline{A}B\overline{C}D + \overline{B}C\overline{D} + \overline{A}C$$

৮.২৪ (ক) এবং (খ) নং চিত্রে শেষের নিয়মের দুটি উদাহরণ দেয়া হলো।

৮.২৪ (ক) নং চিত্রে ডানদিকের আটটি খোপ পাশাপাশি থাকায় একটি একক চলক রাশি দ্বারা পঠন সম্ভব।

| | | | | |
|----------------------------|----------------------------|-----------------|------|-----------------|
| AB | $\overline{A}\overline{B}$ | $\overline{A}B$ | AB | $A\overline{B}$ |
| CD | | | 1 | 1 |
| $\overline{C}D$ | | | 1 | 1 |
| $\overline{C}\overline{D}$ | | | 1 | 1 |

চিত্র : ৮.২৪ (ক)

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
| CD | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 00 | | | | |
| 01 | | | | |
| 11 | | | | |
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |

চিত্র : ৮.২৪ (খ)

এই খোপগুলোর জন্য A ছাড়া অন্যান্য চলকের মান 0 এবং 1 হয়। সুতরাং এই আটটি খোপকে শুধু A দ্বারা নির্ণয় করা যায়। তেমনি ৮.২৪ (খ) নং চিত্রে উপরের এবং নিচের খোপগুলো পাশাপাশি কারণ এক্ষেত্রে যে-কোনো দুটি পাশাপাশি খোপকে শুধু একটি চলক দ্বারা পৃথক করা যায়। উল্লেখ্য যে, C দ্বারা উপরের খোপগুলোকে নিচের খোপগুলো হতে পৃথক করা যায়। সমষ্টিগতভাবে এই খোপগুলোকে শুধু \overline{D} দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়। কারণ এক্ষেত্রে \overline{D} ছাড়া অন্য চলকগুলোর মান 0 এবং 1 হয়।

| | | |
|----------------|----------------------------|-----------------|
| A/B | \overline{B} | B |
| \overline{A} | $\overline{A}\overline{B}$ | $\overline{A}B$ |
| A | $A\overline{B}$ | AB |

(ক) 2 চলকবিশিষ্ট K ম্যাপ

| | | | | |
|----------------|--|-----------------------------|-----------------------------|------------------|
| A/BC | $\overline{B}\overline{C}$ | $\overline{B}C$ | $B\overline{C}$ | BC |
| \overline{A} | $\overline{A}\overline{B}\overline{C}$ | $\overline{A}\overline{B}C$ | $\overline{A}B\overline{C}$ | $\overline{A}BC$ |
| A | $A\overline{B}\overline{C}$ | $A\overline{B}C$ | $AB\overline{C}$ | ABC |

(খ) 3 চলকবিশিষ্ট K ম্যাপ

| | | | | |
|----------------------------|--|---|---|------------------------------|
| AB/CD | $\overline{C}\overline{D}$ | $\overline{C}D$ | CD | $C\overline{D}$ |
| $\overline{A}\overline{B}$ | $\overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D}$ | $\overline{A}\overline{B}\overline{C}D$ | $\overline{A}\overline{B}C\overline{D}$ | $\overline{A}\overline{B}CD$ |
| $\overline{A}B$ | $\overline{A}B\overline{C}\overline{D}$ | $\overline{A}B\overline{C}D$ | $\overline{A}BC\overline{D}$ | $\overline{A}BCD$ |
| AB | $AB\overline{C}\overline{D}$ | $AB\overline{C}D$ | $ABC\overline{D}$ | $ABCD$ |
| $A\overline{B}$ | $A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$ | $A\overline{B}\overline{C}D$ | $A\overline{B}C\overline{D}$ | $A\overline{B}CD$ |

চিত্র : (গ) ৪ চলক বিশিষ্ট K-ম্যাপ

চিত্র : ৮.২৫

৮.৮ কারনু ম্যাপ ব্যবহার করে বুলিয়ান রাশিমালা সরলীকরণ প্রক্রিয়া ও লজিক সার্কিট ডিজাইন (৪ পর্যন্ত) (State the simplification process of Boolean expression from a Karnaugh map design logic circuit (up to 4 variables) :

লজিক রাশিমালার সরলীকরণ বা ঠিক টেবিল থেকে সরলতম রাশিমালা নির্ণয়ের জন্য আরেকটি বহুল ব্যবহৃত পদ্ধতি কারনু ম্যাপ বা K-ম্যাপ পদ্ধতি। ইনপুট চলক ছয় এর অধিক হলে এ পদ্ধতি ব্যবহার করা যায় না। দুই, তিন এবং চার চলকের K-ম্যাপ ৮.২৬ (ক), (খ), (গ) চিত্রে দেখানো হলো-

| | | | |
|-----------|------------------|------------|------------|
| | B | \bar{B} | B |
| \bar{A} | $\bar{A}\bar{B}$ | $\bar{A}B$ | $\bar{A}B$ |
| A | $A\bar{B}$ | AB | AB |

(ক) ২ চলকবিশিষ্ট K ম্যাপ

| | | | | |
|-----------|-------------------------|-------------------|-------------------|-------------|
| | $\bar{B}\bar{C}$ | $\bar{B}C$ | $B\bar{C}$ | BC |
| \bar{A} | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ | $\bar{A}\bar{B}C$ | $\bar{A}B\bar{C}$ | $\bar{A}BC$ |
| A | $A\bar{B}\bar{C}$ | $A\bar{B}C$ | ABC | ABC |

(খ) ৩ চলকবিশিষ্ট K ম্যাপ

| | | | | |
|------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------|
| | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | CD | $C\bar{D}$ |
| $\bar{A}\bar{B}$ | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$ | $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$ | $\bar{A}\bar{B}CD$ |
| $\bar{A}B$ | $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{A}B\bar{C}D$ | $\bar{A}BC\bar{D}$ | $\bar{A}BCD$ |
| AB | $AB\bar{C}\bar{D}$ | $AB\bar{C}D$ | $ABC\bar{D}$ | $ABCD$ |
| $A\bar{B}$ | $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$ | $A\bar{B}\bar{C}D$ | $A\bar{B}C\bar{D}$ | $A\bar{B}CD$ |

চিত্র ৪ ৮.২৬ (গ) ৪ চলকবিশিষ্ট K-ম্যাপ

K-map এর সাহায্যে লজিক রাশিমালা সরলীকরণ পদ্ধতি :

- ১। চলকের সংখ্যানুসারে K-map অঙ্কন করতে হবে।
- ২। লজিক রাশিমালায় যে-সব পদ উপস্থিত, তাদের জন্য নির্দিষ্ট ঘরে ১ বসাতে হবে।
- ৩। অন্যান্য সকল ঘরে ০ বসাতে হবে।
- ৪। পাশাপাশি দুটি, চারটি বা আটটি ঘরে ১ থাকলে তাদেরকে নিয়ে গ্রুপ করতে হবে। দুটি ঘরের গ্রুপকে Pair, ঘরের গ্রুপকে Quad এবং আটটি ঘরের গ্রুপকে Octet বলে। নিম্নে কিছু Pair এবং Quad দেখানো হলো।
- ৫। যদি কোনো গ্রুপ অন্য গ্রুপ দ্বারা সম্পূর্ণভাবে ব্যবহৃত হয়, তবে ঐ গ্রুপকে বিবেচনা থেকে বাদ দিতে হবে। এ গ্রুপকে অপ্রয়োজনীয় গ্রুপ বলা হয়।
- ৬। প্রাপ্ত Pair, Quad বা Octet যে-সমস্ত চলক অপরিবর্তিত রয়েছে, তাদের সমন্বয়ে লজিক রাশিমালা নির্ণয় করতে। এটাই সরলতম লজিক রাশিমালা।

| | | | | |
|------|---|---|------|------|
| | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 1 | 1 | 0 |
| Pair | 1 | 1 | 1 | 0 |
| | 0 | 0 | 1 | 1 |
| | | | Quad | Pair |